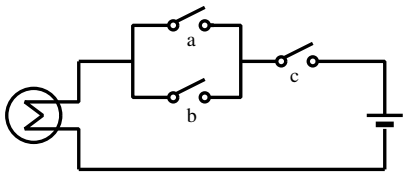
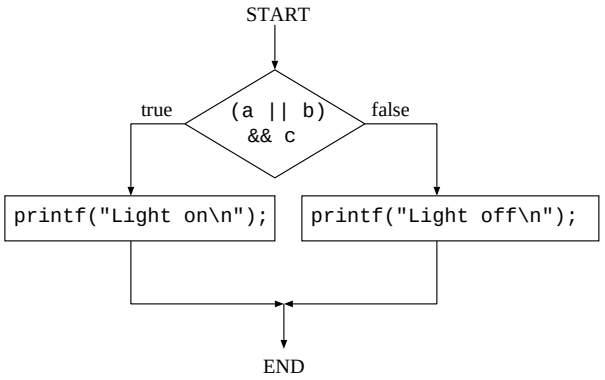
第 3 章 プログラムの流れの制御

3.1 if 文




```
void light(int a, int b, int c)
{
    if ((a || b) && c)
        printf("Light on\n");
    else
        printf("Light off\n");
}
```

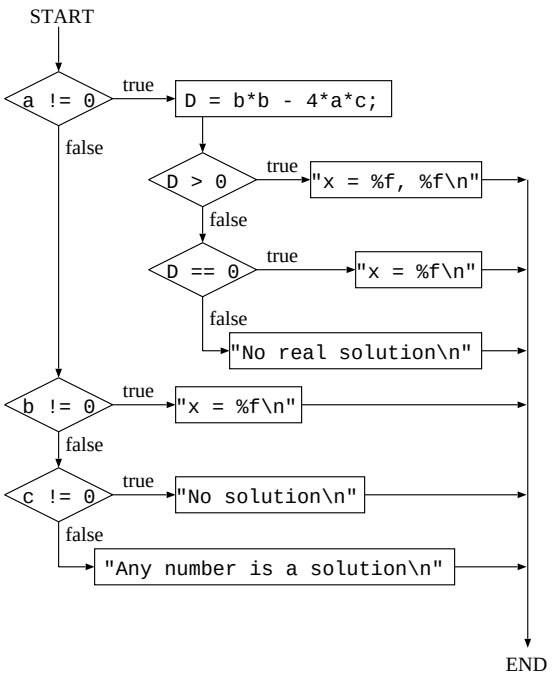
流れ図 (flowchart)



2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解を求める．

1. $a \neq 0$ のとき
   (a) 判別式 $D = b^2 - 4ac$ が正 ($D > 0$) ならば $x = (-b \pm \sqrt{D})/2a$ (解の公式)
   (b) $D = 0$ ならば $x = -b/2a$
   (c) $D < 0$ ならば実数解なし
2. $a = 0, b \neq 0$ のとき $x = -c/b$
3. $a = 0, b = 0, c \neq 0$ のとき解なし
4. $a = 0, b = 0, c = 0$ のとき解は不定

```
if (a != 0) {
    double D = b*b - 4*a*c;
    if (D > 0)
        printf("x = %f, %f\n",
               (-b-sqrt(D)) / (2*a),
               (-b+sqrt(D)) / (2*a));
    else if (D == 0)
        printf("x = %f\n", -b / (2*a));
    else
        printf("No real solution\n");
} else if (b != 0)
    printf("x = %f\n", -c/b);
else if (c != 0)
    printf("No solution\n");
else
    printf("Any number is a solution\n");
```

3.2 while 文

```
while (《式》) 《文》
```

1 から n $(n \geq 0)$ までの整数の和を求める

```
int sum(int n)
{
    int s = 0, i = 1;

    while (i <= n) {
        s += i;
        i++;
    }
    return s;
}
```

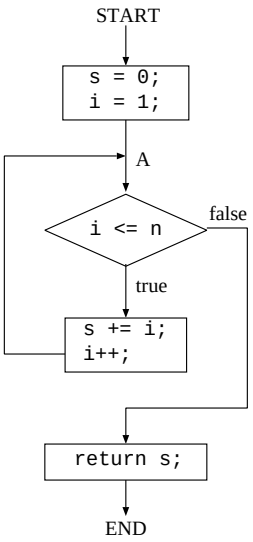
$n = 3$ のとき：

1. 最初は s $= 0$, i $= 1$.
2. s $= 0 + 1 = 1$, i $= 1 + 1 = 2$ となる．
3. s $= 1 + 2 = 3$, i $= 2 + 1 = 3$ となる．
4. s $= 3 + 3 = 6$, i $= 3 + 1 = 4$ となる．
5. i ≤ 3 は偽なので while 文の実行を終了する．

$n = 0$ のとき：

1. 最初は s $= 0$, i $= 1$.
2. i ≤ 0 は偽なので while 文の実行を終了する．

loop invariant



Aの位置で，次の関係が成り立つ．

$$s = \sum_{k=1}^{i-1} k, \qquad i \leq n+1$$

これが「証明」できれば，`i <= n` が偽のとき，

$$s = \sum_{k=1}^{i-1} k = \sum_{k=1}^{(n+1)-1} k = \sum_{k=1}^{n} k$$

だから，プログラムは正しく動作する．

関係

$$s = \sum_{k=1}^{i-1} k, \qquad i \leq n+1$$

を数学的帰納法で証明する．

最初にA点に到達したときは，$s = 0, i = 1$ なので

$$0 = \sum_{k=1}^{0} k, \qquad 1 \leq n+1$$

次に，Aの位置で成り立っていると仮定して，
ループを回ってきたときにも成り立つことを示す．
回る前の `s` と `i` の値を s_0，i_0 とすると

$$s_0 = \sum_{k=1}^{i_0-1} k, \qquad i_0 \leq n$$

回った後の `s` と `i` の値を s_1，i_1 とすると

$$s_1 = s_0 + i_0 \qquad i_1 = i_0 + 1$$

従って，

$$s_1 = s_0 + i_0 = (\sum_{k=1}^{i_0-1} k) + i_0 = \sum_{k=1}^{i_0} k = \sum_{k=1}^{i_1-1} k$$

$$i_1 = i_0 + 1 \leq n+1$$

となり，ループを回った後でも関係は成り立つ．

証明終り．

3.3 do 文

```
do 《文》 while (《式》);
```

e^x の値をテーラー展開

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

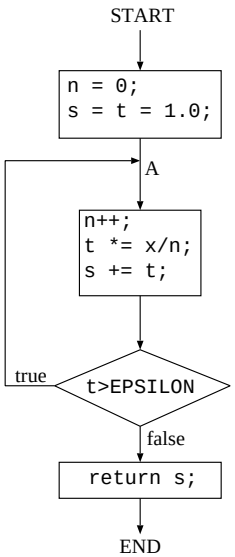
を使って計算する

```
#define EPSILON 1e-8

double exponent(double x)
{
    double s = 1.0, t = 1.0;
    int n = 0;

    do {
        n++;
        t *= x/n;
        s += t;
    } while (t > EPSILON);

    return s;
}
```

図のA点において，次の関係が成り立っている．

$$t = \frac{x^n}{n!}, \qquad s = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$$

各自で証明してみよ．

3.4 for 文

```
for (《式1》; 《式2》; 《式3》 ) 《文》
```

おおざっぱにいえば

```
《式1》;
while (《式2》) {
    《文》
    《式3》;
}
```

のように動作する．

n 以下の 3 つの自然数 a, b, c $(a \leq b \leq c)$ で，
$a^2 + b^2 = c^2$ を満たすものを探す

```
main(int argc, char *argv[])
{
  int a, b, c, n;

  sscanf(argv[1], "%d", &n);
  for (a = 1; a <= n; a++)
    for (b = a; b <= n; b++)
      for (c = b; c <= n; c++)
        if (a*a + b*b == c*c)
          printf("a = %d, b = %d, c = %d\n",
                 a, b, c);
  printf("end.\n");
}
```

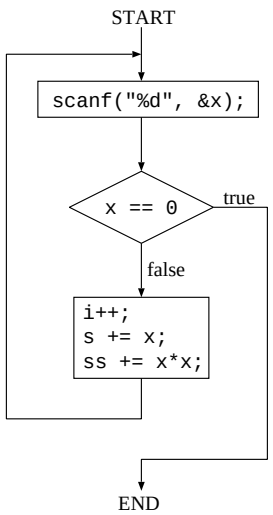

$(1,1,1)$	$(1,1,2)$	$(1,1,3)$	$(1,1,4)$	$(1,1,5)$
	$(1,2,2)$	$(1,2,3)$	$(1,2,4)$	$(1,2,5)$
		$(1,3,3)$	$(1,3,4)$	$(1,3,5)$
			$(1,4,4)$	$(1,4,5)$
				$(1,5,5)$
	$(2,2,2)$	$(2,2,3)$	$(2,2,4)$	$(2,2,5)$
		$(2,3,3)$	$(2,3,4)$	$(2,3,5)$
			$(2,4,4)$	$(2,4,5)$
				$(2,5,5)$
		$(3,3,3)$	$(3,3,4)$	$(3,3,5)$
			$(3,4,4)$	$(3,4,5)$
				$(3,5,5)$
			$(4,4,4)$	$(4,4,5)$
				$(4,5,5)$
				$(5,5,5)$

for 文

```
for (《式1》; 《式2》; 《式3》 ) 《文》
```

における各《式》は省略できる．
《式1》を省略すると初期化しない．
《式3》を省略すると繰り返しごとの設定をしない．
《式2》を省略すると止まらない (無限ループ) ．

break 文




```
for (;;) {
    scanf("%d", &x);
    if (x == 0) break;
    i++;
    s += x;
    ss += x*x;
}
```


3.4 再帰呼出し (recursive call)

数学における再帰的定義 (recursive definition)

初項 1，公比 2 の等比数列 $\{a_i\}$ ($i = 1, 2, 3, \ldots$)

$$a_1 = 1$$
$$a_i = 2a_{i-1} \qquad (i \geq 2)$$

n の階乗 $n!$

$$n! = 1 \times 2 \times \ldots \times n$$

正確には

$$0! = 1$$
$$n! = n \times (n-1)! \qquad (n \geq 1)$$

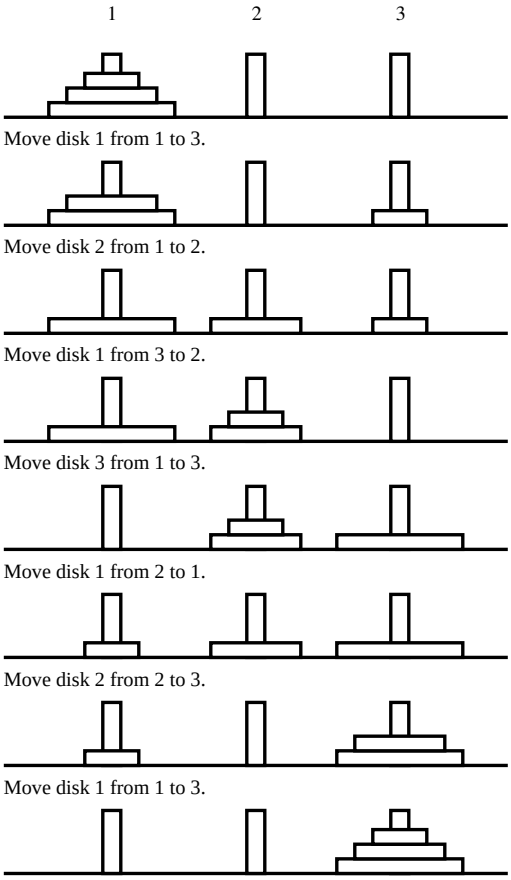
関数の再帰的定義

n の階乗 $n!$ を求める

```
int fact(int n)
{
    if (n == 0)
        return 1;
    else
        return n * fact(n-1);
}
```

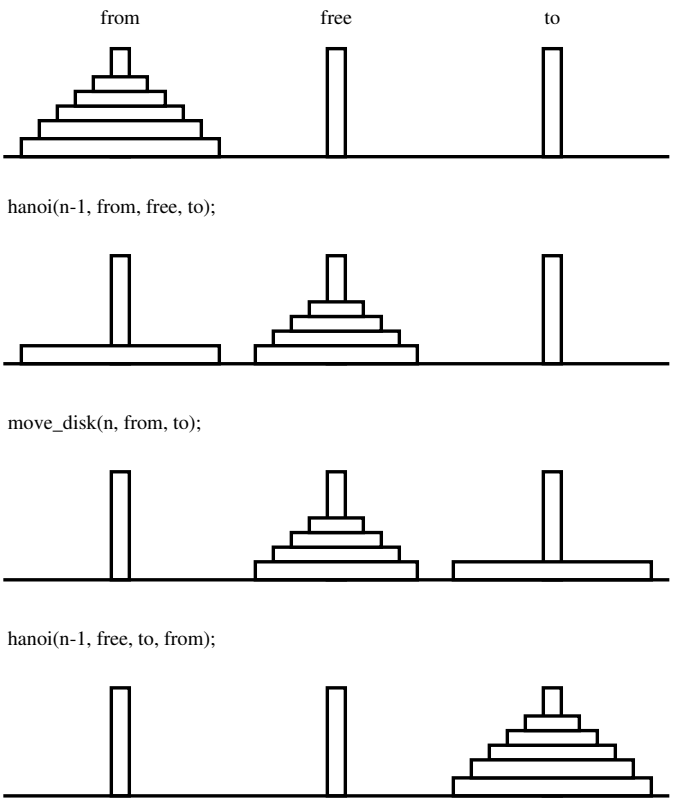
```
fact(3) = 3 * fact(2)
        = 3 * (2 * fact(1))
        = 3 * (2 * (1 * fact(0)))
        = 3 * (2 * (1 * 1))
        = 3 * (2 * 1)
        = 3 * 2
        = 6
```

ハノイの塔



基本ステップ

hanoi(n,from,to,free) の実行




```
void move_disk(int n, int from, int to)
{
  printf("Move disk %d from %d to %d.\n",
         n, from, to);
}

void
hanoi(int n, int from, int to, int free)
{
    if (n == 1)
        move_disk(1, from, to);
    else {
        hanoi(n-1, from, free, to);
        move_disk(n, from, to);
        hanoi(n-1, free, to, from);
    }
}
```

hanoi(3,1,3,2) の実行結果

```
Move disk 1 from 1 to 3.
Move disk 2 from 1 to 2.
Move disk 1 from 3 to 2.
Move disk 3 from 1 to 3.
Move disk 1 from 2 to 1.
Move disk 2 from 2 to 3.
Move disk 1 from 1 to 3.
```